

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Thu Wed Fri

Subject: به این حد

(Ek) موارد نوشته شده زیر بدست آورده

(الف)
$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt{4-y^2}} \ln(x^2+y^2) dx dy$$

(ب)
$$\int_{\sqrt{x}+\sqrt{y}}^{\sqrt{x+y}} dx dy$$

Note: زمانی که x^2+y^2 در تابع تحت انتگرال داشته باشیم از تغییر مختصات

$$x^2+y^2=r^2$$

$$x=r \cos \theta$$

$$y=r \sin \theta$$

$$\# \quad t g = \tan \theta$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

قطبی می روم

$$J = r \quad dx dy = r dr d\theta$$

$$0 \leq y \leq 1$$

$$\{ y \geq 0 \rightarrow r \sin \theta \geq 0 \rightarrow \sin \theta \geq 0 \}$$

$$\{ 0 \leq \theta \leq \pi \}$$

$$\sqrt{x} y \leq x \leq \sqrt{4-y^2}$$

Date:

Sat Sun Mon Tue Thu Wed Fri

Subject: _____

$$|y| \leq 1 \rightarrow |\sin \theta| \leq 1 \rightarrow r \leq \frac{1}{\sin \theta} \quad (1)$$

$$\sqrt{xy} \leq k \rightarrow \frac{y}{k} \leq \frac{1}{r} \rightarrow \tan \theta \leq \frac{1}{r} = \frac{\sqrt{xy}}{y} \rightarrow$$

$$\theta \leq \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$1 \neq x \leq \sqrt{\varepsilon - y^2} \rightarrow x^2 + y^2 \leq \varepsilon \rightarrow r^2 \leq \varepsilon \rightarrow r \leq \sqrt{\varepsilon}$$

$$\text{استدلال} = \frac{(1) \text{ و } (2)}{\text{استدلال}} = 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\varepsilon \text{ و } \varepsilon \rightarrow r \leq \frac{1}{\sin \theta} \xrightarrow{\theta = \frac{\pi}{4}} r \leq \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$r \leq \sqrt{2} \xrightarrow{\text{استدلال}} r \leq \sqrt{2}$$

الحدس

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\sqrt{2}} r \ln r \, r \, dr$$

استدلال جديدة

$$\begin{aligned} \ln r = u \\ r dr = du \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} \frac{1}{r} dr = du \\ \frac{r^2}{2} = u \end{aligned}$$

$$\int_0^{\sqrt{2}} r \ln r \, r \, dr = \frac{r^2}{2} \ln r - \int_0^{\sqrt{2}} \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{r} \right) dr$$

$$= \frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \Big|_0^{\sqrt{2}} = \frac{\pi^2}{8}$$

Date: / /

Sat. Sun. Mon. Tue. Thu. Wed. Fri.

Subject: _____

Hint: $\sqrt{x} = u^r \rightarrow x = u^{\frac{2}{r}}$
 $\sqrt{y} = r^r \rightarrow y = r^{\frac{2}{r}}$

: 2 ج

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial r} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial r} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2}{r} u^{\frac{2}{r}-1} & 0 \\ 0 & \frac{2}{r} r^{\frac{2}{r}-1} \end{vmatrix} = \frac{4}{r^2} u^{\frac{2}{r}-1} r^{\frac{2}{r}-1}$$

$$\iint \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \frac{4}{r^2} u^{\frac{2}{r}-1} r^{\frac{2}{r}-1} du dr = \iint r \cdot \frac{4}{r^2} (r \cos \theta) (r \sin \theta)$$

r dr d\theta

$$\sin r \theta = r \sin \theta \quad \cos r \theta = r \cos \theta \Rightarrow \frac{1}{r} \sin r \theta = \sin \theta \quad \frac{1}{r} \cos r \theta = \cos \theta$$

$$\iint \frac{4}{r^2} r^2 \cos \theta \sin \theta dr d\theta = \iint \frac{4}{r^2} r^2 \frac{1}{r} \sin r \theta dr d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{r^2} r^2 \int_0^1 \sin r \theta d\theta d\theta \quad \cdot \quad r < 1$$

$$x = u^{\frac{2}{r}} \rightarrow x > 0 \rightarrow 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad \frac{1}{r} + \frac{1}{r} < 1$$

$$y = r^{\frac{2}{r}} \rightarrow y > 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \quad \frac{1}{r} + \frac{1}{r} < 1$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{r^2} r^2 \sin \theta (r \sin \theta) = \sin \theta (1 - \cos^2 \theta)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{r^2} r^2 \sin^2 \theta d\theta$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{r^2} r^2 [\sin^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \theta] d\theta = \frac{4}{r^2} \left[-\frac{1}{2} \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject: ... بنای خدا

عجم: (۷) همان طور که می دانیم اشکال ۲ لایه، غیر دایره است

$$\int_a^b dx \int_{f(x)}^{g(x)} dy$$

بین ۲ معنی می باشد

$$\int_a^b dx \int dy \int dz$$

اما عجم مربوط به اشکال سه گانه می باشد

در اشکال سه گانه، اگر بتوان شکل را رسم کرد در غیر این صورت از اطلاعات

مسئله کمک گرفته و محل تلاقی (کران ها) را بدست می آوریم

(E) حجم محدود به رویه

$$x^2 + y^2 = 4z \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 = 4y \quad (2)$$

$$z = 0$$

$$1 \rightarrow z = \frac{x^2 + y^2}{4} = \frac{y^2}{4} \rightarrow 0 \leq z \leq \frac{y^2}{4}$$

$$2 \rightarrow \frac{x^2 + y^2}{4} \leq y$$

چون سمت چپ تساوی است است پس
سمت راست نیز است است

Date: / /

Sat Sun Mon Tue Wed Fri

Subject: _____

$$x^2 + y^2 = r^2 \sin^2 \theta \rightarrow r^2 = r^2 \sin^2 \theta \rightarrow r(r - \sin^2 \theta) = 0$$

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

$$(2) \rightarrow x^2 + y^2 = r^2 \sin^2 \theta \rightarrow r^2 = r^2 \sin^2 \theta \rightarrow r(r - \sin^2 \theta) = 0$$

$\frac{r}{r} = \sin^2 \theta$

$$V = \int_0^\pi d\theta \int_0^{\sin \theta} r dr \int_{-\frac{r}{\sin \theta}}^{\frac{r}{\sin \theta}} dz$$

↓
رأى العين

$$= \int_0^\pi d\theta \int_0^{\sin \theta} \frac{r^2}{2} dr = \int_0^\pi \frac{\sin^3 \theta}{14} d\theta$$

$$\frac{r^2}{14} \Big|_0^{\sin \theta} = \frac{1}{14} (\sin^3 \theta)$$

(Ex) حجم مخروط بارتفاع a وأساسه دائرة نصف قطرها a ، $r^2 = a^2$ ، نصف القطر a

Hint: $x^2 + y^2 + z^2 = (ra)^2 \rightarrow z = \pm \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$
 $r^2 = a^2 \rightarrow x^2 + y^2 = a^2$

$$\iiint \frac{dx dy dz}{r dr d\theta}$$

Date: / /

☐ Day ☐ Date ☐ Time ☐ Week ☐ No.

Subject:

عَدَمِین

$$L = x^2 + \varepsilon y^2 \quad \text{حجم محدود به همی لول}$$

$$\begin{cases} y^2 = x \\ y = x^2 \end{cases}$$

رشته $L = 0$ و استوانه

(E2) حجم محدود به رویه های

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \varepsilon \\ y + L = \varepsilon \\ L = 0 \\ h = 0 \end{cases}$$

(E2) حجم محدود به رویه های

$$\begin{cases} L = x + y + z \\ L = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0$$