(اگر σ فاصله قد بچه‌ها برابر ۵ باشد از این مسأله قد بچه‌ها تفاوت دارد)

$H_0: \mu \geq 150$ در مقابل $H_1: \mu < 150$ و $\alpha = 0.05$ آزمون کنید

$\frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{x}-150) < z_\alpha$: H_0 رد شود ($z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

H_1 چون z منفی در جدول وجود ندارد، $z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ استفاده می‌کنیم

$H_0 \; \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{x}-150) < -1.645$ ما فرض رد شود.

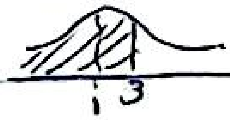
در غیر این صورت، H_0 پذیرفته می‌شود.

$\boxed{-\infty < x,\mu < \infty}$ و $\sigma > 0$.

توزیع نرمال:

برای تعیین متغیرها که شکل جمعیت آن در اختیار ما نباشد اگر در سه شرط زیر صدق کند گوییم دارای توزیع نرمال است

$$\left.\begin{array}{l} P(\mu-\sigma < x < \mu+\sigma) = 0.67 \\ P(\mu-2\sigma < x < \mu+2\sigma) = 0.94 \\ P(\mu-3\sigma < x < \mu+3\sigma) = 0.99 \end{array}\right\} \rightarrow X \text{ دارای توزیع نرمال است}$$



$Z \sim N(0,1)$ نرمال استاندارد

دمک دنباله یک دم متغیر است.

اگر z را داشته باشیم از روی جدول مساحت را بدست می‌آوریم. (z چندک است ← $z=1.65$)

اگر مساحت را داشته باشیم z را می‌توانیم از بالای آن بدست آوریم.

z	0.01	...	0.05
1.6	...	...	0.95

(عدد ۱٫۶۵ صدک مرتبه ۹۵ توزیع نرمال است.)

$z_{0.95}$ ← مرتبه چندک را بصورت اندیس در زیرش می‌نویسیم

توزیع استودنت:

اگر جامعه نرمال باشد فرض کنیم $N(\mu,\sigma^2)$ نمونه n تایی از آن بگیریم $X_1, \dots, X_n$.

توزیع کی دو (χ^2)

$X \sim N(\mu,\sigma^2)$ یک نمونه n تایی از آن بگیریم $X_1, \dots, X_n$.

$$\boxed{Z_i = \frac{(X_i-\mu)}{\sigma} \sim N(0,1) \text{ استاندارد}}$$

در اینصورت با استفاده از روش کمترین توان‌های دوم a و b را طوری تعیین کنیم که مقدار $Q=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2$ مینیمم شود لذا داریم:

$$Q=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-ax_i-b)^2 \quad *$$

حال می‌دانیم در یک عبارت درجه دوم اگر ①

ضریب x^2 مثبت باشد min دارد و نیز اگر ضریب x^2 منفی باشد ← max دارد

چون در عبارت * یک بار نسبت به a و یک بار نسبت به b مشتق می‌گیریم برای اینکه بفهمیم min دارد یا نه باید مشتق دوم اش را بگیریم — برای این مشتق دوم نگیریم از ① استفاده می‌کنیم (و مساوی صفر قرار دهیم).

چون در * چون توان ۲ دارد یعنی ضریب x_i^2 ، a^2 مثبت است و ضریب b^2 ، y_i^2 هم مثبت است پس min دارد

$$\frac{\partial Q}{\partial a}=0 \qquad \frac{\partial Q}{\partial b}=0$$

و از آن جا:

$$\boxed{\hat a=\frac{\sum(x_i-\bar x)(y_i-\bar y)}{\sum(x_i-\bar x)^2}}$$

S_x^2

$$\hat a=\frac{S_{xy}}{S_x^2}$$

و $\hat b=\bar y-\hat a\bar x$ (میانگین، میانگین) لذا معادله خط رگرسیون عبارتست از:

$$y=\hat a x+\hat b$$

که آن را خط رگرسیون x روی y می‌گویند. می‌توانیم به ازای مقادیر قابل قبول x اندازه‌های y را پیش بینی کنیم

$var(\sum x_i)=n\,var(x_i)+\rho_{x_i x_j}\sigma_{x_i}\sigma_{x_j}\,|\,(i\neq j)$

$\rho_{x_i x_j}=1/2$ ، $var(x_i)=1 \Rightarrow n+\frac{1}{2}n(n-1)=n[1+\frac{1}{2}n-\frac{1}{2}]=\frac{n}{2}(1+n)$

* دیدیم که تابع توزیع یک تابع غیر نزولی است ✓ درصورتی که متغیر پیوسته باشد، آنگاه حتماً صعودی است

$P(Z\le 3)=\Phi(3)$ (Φ تابع توزیع نرمال استاندارد.)

$$\boxed{\pi(\mu)=1-P\left(Z\le \frac{5}{2}(1-\mu)\right)=1-\Phi\left(\frac{5}{2}(1-\mu)\right) \qquad \mu\ge 0}$$

* برای رسم اش به μ چند مقدار دهیم و با نقطه یابی رسم می‌کنیم

(دیدیم همه تابع های توزیع ($F(x)$) غیر نزولی اند. Φ هم یک تابع غیر نزولی است

بنابراین Φ غیر نزولی است پس $\pi(\mu)$ نزولی است.)

$\pi(\mu)$ max: $\mu=0 \to 1-\Phi(\frac{5}{2})=0.9939$

آزمون در سطح α

آزمون فرض $H_0:\theta\in\Theta_0$ را در مقابل $H_1:\theta\in\Theta_1$ آزمونی در سطح α گویند (اگر و فقط اگر تابع توان این آزمون در نامساوی زیر صادق باشد. $\pi(\theta)\le\alpha \quad \forall\theta\in\Theta_0$

آزمون با اندازه‌ی α

درصورتی که $\pi(\theta)=\alpha \quad \forall\theta\in\Theta_0$ آنگاه آزمون مذکور را آزمونی با اندازه α می‌گویند

(آن آزمونی که با اندازه‌ی α باشد در سطح α است ولی عکس این رابطه برقرار نیست.)

آزمون‌های (آن آزمون) در ارتباط با توزیع نرمال:

قبلاً یادآوری می‌کنیم برای انجام آزمون فرض‌ها بعد از فرض آماری مراحل زیر اجرا می‌شود.

۱) بیان روشن فرضیه‌ی آماری H_0 و H_1 (دقیقاً روشن بشه دنبال چی می‌گردیم)

۲) انتخاب اندازه یا سطح آزمون (منظور α.)

۳) انتخاب یک نمونه تصادفی مثلاً $X_1,\dots,X_n$ از توزیع مورد بررسی

۴) انتخاب ملاک یا آماره‌ی آزمون مناسب، مثلاً $T=g(X_1,\dots,X_n)$ (آماره‌ای که تابعی از نمونه است)

۵) با استفاده از توزیع مقادیر آماره‌ی انتخاب شده، انتخاب ناحیه‌ی بحرانی (ناحیه‌ی رد H_0) آزمون

تابع توان آزمون $\pi(\theta)=P(\text{رد } H_0)$

است، $\alpha=\sup_{\theta\in\Theta_0}\pi(\theta)$

$\beta=\sup \pi(\theta)$

آزمون

H_0 رد می‌شود ← ۱۴۰۵۶ = ۳۴٫۶۴ > ۴٫۳۰۳ = جدول $\qquad \alpha = 0/05$

$t_{2,\,0/975} = 4/303$

این جدول سمت چپ را دارد

چون H_0 رد می‌شود یعنی بین ۲ متغیر هم‌بستگی وجود دارد و هم‌بستگی‌شان نیز خیلی شدید است. هم‌بستگی‌شان مثبت است و خیلی شدید است.

رگرسیون ساده:

فرض کنید با دو متغیر x و y سروکار داریم که بین دو متغیر همبستگی وجود دارد و از طرفی می‌دانیم که تغییرات x روی تغییرات y اثر می‌گذارد. می‌خواهیم رابطه تقریباً جبری بین x و y را به دست آوریم:

ساده‌ترین رابطه را به صورت خطی زیر در نظر می‌گیریم: $y = ax + b + \varepsilon$ اگر ε خطای است. اگر ε ناشی از شرایطی در آزمایش ایجاد می‌شود) که در آن x یک متغیر تعیینی (الزامی معین می‌کنیم) و متغیر مستقل نام دارد و متغیر y متغیر وابسته خوانده می‌شود. متغیر ε یک متغیر تصادفی است که تأثیر عوامل ناشناخته را روی y منعکس می‌کند. a و b پارامترهای الگو (مدل - یا معادله) که باید برآورد شوند.

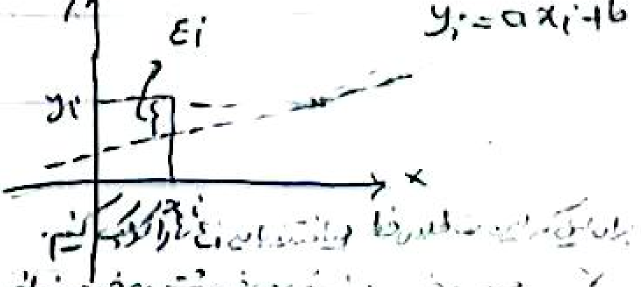
برآورد a و b:

فرض کنیم نمونه‌ای n تایی از ۲ متغیر x و y به صورت زیر داریم:

$(x_1, y_1), \dots, (x_i, y_i), \dots, (x_n, y_n)$

چون باید مختصات نقاط در معادله صدق کند ←

که برای زوج (x_i, y_i) رابطه $y_i = ax_i + b + \varepsilon_i$ را داریم.



آن نقاطی بالای خط‌اند ε_i ها مثبت.

آن نقاطی که روی خط‌اند ε_i صفر است.

آن نقاطی که زیر خط‌اند ε_i منفی است.

برای اینکه مقدار a و b را به دست آوریم ε_i ها را کوچک کنیم.

چون برخی ε_i ها مثبت و برخی منفی‌اند ← قابلیت تداخل ε_i ها را داریم از روش ریاضی کم‌ترین مربعات استفاده کنیم

باید a و b را طوری برآورد کنیم که ε_i ها کم شوند.

$f(x,y)=k_1(x)k_2(y)$ ؟ $-1\le\rho\le 1$

$f(x_1,\dots,x_n)=f_1(x_1)f_2(x_2)$

تابع مشخصه عملکرد آزمون (OC): این تابع نیز با دامنه Θ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$O(\theta)=P_\theta(H_1 \text{ رد}) = P_\theta(H_0 \text{ قبول}) = (1-\pi(\theta))$$

چون رد H_1 همراه است با پذیرش H_0.

این تابع کاربرد زیادی در کنترل کیفیت دارد.

خطاها در فرض‌های مرکب: درصورتی که H_0 فرض مرکب باشد (بیش از یک عضو دارد) خطای نوع اول را به صورت زیر تعریف می‌کنیم. درصورتی که تابع ماکزیمم داشته باشد، ماکزیمم مقدار آن است در غیر این صورت sup آن.

$$\text{خطای نوع اول} = \alpha = \sup_{\theta\in\Theta_0} \pi(\theta) \quad ; \quad \alpha\in(0,1)$$

بیشترین

$$\text{خطای نوع دوم} = \beta = \sup_{\theta\in\Theta_1} \pi(\theta) \quad ; \quad \beta\in(0,1)$$

(لزومی ندارد که جمع α و β یک شود، چون این دو نقیض هم نیستند)

مثال ۱: فرض کنید X_1 و ... X_{10} یک نمونه‌ی ده‌تایی از یک توزیع برنولی با پارامتر P است. برای فرض H_0: $p=\frac{1}{2}$ در مقابل H_1: $p=\frac{1}{4}$ آماره‌ی آزمون

$$T=\sum_{i=1}^{10} x_i \qquad \begin{cases} H_0: p=\frac{1}{2} \\ H_1: p=\frac{1}{4} \end{cases}$$

$T<3$ در نظر بگیرید. خطای نوع اول و نوع دوم را محاسبه کنید (ناحیه رد فرض H_0 مساوی است با ...) محاسبه‌ی بحرانی را با شیء ...

$$f(x;p)=p^x(1-p)^{1-x} \qquad x=0,1 \qquad 0<p<1$$

$$\Theta_0=\{\tfrac{1}{2}\} \quad \Theta_1=\{\tfrac{1}{4}\} \quad \Theta=\{\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{4}\}$$

محاسبه‌ی α، چون یک فرض ساده است نداریم.

$$\alpha=P(H_0 \text{ رد})$$

($H_0 \rightarrow$ (به شرطی که H_0 درست باشد.)

(اینجا α هم sup است چون یک نقطه را دیده ... sup ... فرمول

$$\alpha=P_{H_0}(H_0 \text{ رد})=P_{H_0}(T<3)$$

حاصل جمع برنولی‌ها می‌شود توزیع دوجمله‌ای (چون T شامل ۱۰ عضو است.)

$$T\sim B(n,p)=B(10,\tfrac{1}{2})$$

چون تحت H_0 است پس $p=\frac{1}{2}$

$$f(t)=\binom{10}{t}\left(\tfrac{1}{2}\right)^t\left(1-\tfrac{1}{2}\right)^{10-t} \qquad t=0,1,2,\dots,10$$

چون $T<3$ پس t باید از صفر شروع تا دو ادامه یابد.

$$\alpha=\sum_{t=0}^{2}\binom{10}{t}\left(\tfrac{1}{2}\right)^{10}=0.0547$$

(با کمک جدول دوجمله‌ای)

نکته: $\begin{cases} \alpha=P_{H_0}(H_0 \text{ رد}) \\ \beta=P_{H_1}(H_1 \text{ رد}) \end{cases}$

$$P_{H_0}(S\le k)=P_{H_0}(H_0 \text{ رد})=\sum_{t=0}^{k}\binom{10}{t}\left(\tfrac{1}{2}\right)^t\left(\tfrac{1}{2}\right)^{10-t}$$

را تعیین کنید.

نکته: $\boxed{\text{توان آزمون} = 1-\beta = P_{H_1}(\text{پذیرش } H_1)}$

$$\beta = P_{H_1}(\text{رد } H_0) = P_{H_1}(T \geq 3) \qquad T \underset{H_1}{\sim} B(10, \tfrac14)$$

عکس $T<3$

$$\beta = \sum_{t=3}^{10} \binom{10}{t} \left(\tfrac14\right)^t \left(\tfrac34\right)^{10-t} = \boxed{0.4748}$$

$\text{توان آزمون} = 1-\beta = 0.5252 = P_{H_1}(\text{پذیرش } H_1) \leftarrow$

پذیرش H_1 ، با فرض این که H_1 درست باشد.

نتیجه: هر چه توان آزمون بیشتر باشد، قدرت تصمیم‌گیری ما بیشتر است.

مثال ۱۲: در مثال قبل فرض‌های زیر را در نظر بگیرید. $H_0: p \in (\frac14, \frac12)$ ، $H_1: p \in (0, \frac14]$

برای آزمون H_0 در مقابل H_1 ناحیه بحرانی $T<2$ را تعریف می‌کنیم؛ اولاً تابع توان و تابع عملکرد آزمون را بیابید ثانیاً α و β را حساب کنید. هر دو فرض مرکب اند، $H_1 \in \omega_1$ و $\omega_0 \in H_0$ چون

بنابراین ... نادرست است.

مثال ۱۳: در مثال قبل $H_0: p \in (\frac14, \frac12)$ و $H_1: p \in (0, \frac14]$ و $T<2$

$\Omega_1 \cap \Omega_2 = \phi$ $\qquad \Omega = (0, \frac12) \subseteq [0,1]$

$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 = (0, \frac12)$

تابع توان $\pi(p) = P_p(\text{رد } H_0) = P_p(T<2) =$

تعریف می‌باشد فقط در بازه $(0, \frac12)$ ؛ p مجهول است.

(چون $T<2$ است) $\rightarrow$ 1

$$= \sum_{t=0}^{1} \binom{10}{t} p^t (1-p)^{10-t} \qquad 0<p<\tfrac12$$

بعد از ساده کردن.

$$\Rightarrow \boxed{\pi(p) = (1-p)^9 (1+9p) \qquad 0<p<\tfrac12}$$

تابع توان.

چون که تابع کثیرالجمله‌ای است (از درجه ۱۰ است) و چون تمام توابع پیوسته مشتق‌پذیرند، این یک تابع پیوسته نسبت به p است.

اگر مشتق بگیریم داریم: $0<p<\frac12$ نزولی است. زیرا این مشتق اش را حساب کنیم. چون ما می‌خواهیم α را بالا کنیم

چون تابع نزولی است پس چون $\alpha = \sup_{p \in \omega_0} \pi(p)$ پس در نقطه $\frac14$ حساب می‌کنیم.

$\frac14 < p < \frac12$

$\pi(p)$ ... $\pi(p)|_{p=1/4} = 0.24 \Rightarrow \beta = \sup \pi(p) : 1$

به عبارتی مقدار مشاهده شده ی آماره T که مرحله تا گوی بالا است.

. در صورتی که به ناحیه ی بحرانی تعلق داشته باشد. فرض H_0 به نفع H_1 رد می شود. در غیر این صورت پذیرفته می شود.

حال به مسأله مورد بررسی می پردازیم:

فرض کنید جامعه ی مورد بررسی با متغیر تصادفی X توصیف می شود که $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ است. (μ و σ^2 را پارامترهای جامعه گویند) در این صورت حالات زیر بررسی می شود.

الف) آزمون های در مورد میانگین (μ)

برای این که آزمون های را در مورد میانگین جامعه بررسی کنیم، باید معلوم بودن و یا مجهول بودن واریانس مشخص شده باشد. لذا داریم: 1) σ^2 معلوم است. در این مورد فرض های آماری بیان شده در خصوص μ می توانند یکی از حالات زیر باشند.

1) $H_0: \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu = \mu_1$ که $\mu_0 < \mu_1$ (μ_0 و μ_1 دو مقدار معلوم هستند) (تفاوتی که دارد است اندازه ی آزمون را بسنجیم.) برای آزمون فرض H_0 در مقابل H_1 آماره مناسب عبارت است از:

$$Z = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{X} - \mu_0)$$

(که σ معلوم است.)

در این صورت فرض H_0 را در سطح α رد می کنیم، اگر $Z \geq z_{1-\alpha}$ (در این جا $\mu_0 < \mu_1$ است.)

چون $1-\alpha$ است از چپ گوشه ی تیم سیس $z_{1-\alpha}$ می شود نقطه ی مورد نظر.

منطقه رد

در صورتی که $H_1: \mu = \mu_1$ ولی $\mu_1 < \mu_0$ (آماره ثابت است نکته :) فرض H_0 را رد می کنیم اگر $Z \leq z_{\alpha}$

این گونه آزمون ها را فرض ساده در مقابل فرض ساده گویند.

در این حالت آزمون را فرض ساده در مقابل فرض ساده می گویند.

چون $\bar{X}$ نیز برآوردگری از μ است و $\bar{X} - \mu$ را با استفاده از $\bar{X}$ گرفته در توزیع نرمال که معادل با نرمال است. $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ (چون این جا از جدول نرمال استاندارد استفاده می کنیم) می بایست استاندارد کنیم $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\pi(\mu) = P_\mu(H_0$ رد $)$ تابع توان

— محاسبه‌ی $\sup$ برای محاسبه‌ی β —

β برای

$$\pi(p) = \sum_{2}^{10} \binom{10}{x} p^x (1-p)^{10-x}$$

(اگر یک تابع در یک بازه‌ی باز نزولی باشد sup آن را در ابتدای بازه‌اش ماکزیمم می‌گیریم - قضیه) چون تابع در بازه‌ی 0 و $\frac{1}{4}$ نزولی است. پس در نقطه‌ی $\frac{1}{4}$ دارای sup است. پس

$$\alpha = \pi\left(\tfrac{1}{4}\right) = \left(\tfrac{3}{4}\right)^9\left(1+\tfrac{9}{4}\right) = 0.24$$

β چیست؟

چون OC تابع است صعودی در بازه‌ی $(0, \frac{1}{4}]$ پس دقت که sup آن

$$OC = 1 - \pi(\theta)$$

ماکزیمم در $\frac{1}{4}$ است. پس هر دوشان در $\frac{1}{4}$ sup دارند. (یا β را حساب می‌کنیم $\beta = \sup \pi(\theta)$.)

مثال ۱۲: نمونه‌ی $X_1 \ldots X_{25}$ از توزیع نرمال $N(\mu, 4)$ انتخاب کرده‌ایم. برای فرض $H_0: \mu = 0$ در مقابل $H_1: \mu = 1$ آماره‌ی $\bar{X}$ را که $\bar{X} \geq 0.4$ انتخاب می‌کنیم. خطاهای آزمون را بیابید.

(چون هر دو فرض ساده‌اند خطاهای آزمون به دست می‌آید) چون ناحیه‌ی رد $\mu = 0$ است پس ناحیه‌ی بحرانی باید $\bar{X} \geq 0.4$ باشد.

$$\alpha = P_{H_0}(H_0\ \text{رد}) = P_{H_0}(\bar{X} \geq 0.4) \qquad \bar{X} \sim_{H_0} N\left(0, \tfrac{4}{25}\right) \qquad \frac{\sigma^2}{n} = \frac{4}{25}$$

$$\alpha = P\left(Z \geq \frac{0.4 - 0}{\sqrt{4/25}}\right) = P(Z \geq 1) = \boxed{0.158}$$

چون ما حساب می‌کنیم از جدول نرمال استفاده کنیم باید آن را استاندارد کنیم

در جدول نرمال نگاه می‌کنیم.

$$1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0.8413 = \boxed{0.1587}$$

چون بحرانی H_0 است و در H_1 برابر نقیض آن که در ناحیه‌ی بحرانی قرار می‌گیرد

$$\beta = P_{H_1}(H_1\ \text{رد}) = P_{H_1}(\bar{X} \leq 0.4) = \qquad X \sim_{H_1} N\left(1, \tfrac{4}{25}\right) \to \frac{\sigma^2}{n}$$

چون متغیر پیوسته است پس فرقی ندارد $\bar{X} \leq 0.4$

$$\beta = P\left(Z \leq \frac{0.4 - 1}{\sqrt{4/25}}\right) = \boxed{0.0668}$$

$$1 - \beta = \boxed{0.9333} \quad \text{توان آزمون}$$

مثال ۱۴: حال تعمیم: حالا این مثال فرض H_1 را ساده نمی‌گیریم؛ اگر مرکب است پس به جای μ عددی نمی‌گذاریم. $H_0: \mu = 0$ و $H_1: \mu > 0$ ناحیه‌ی بحرانی $\bar{X} \geq 1$ تابع توان آزمون را به دست آورید.

خطای نوع اول را به دست آورید

$$\alpha = P_{H_0}(H_0\ \text{رد}) = P_{H_0}(\bar{X} \geq 1) = P\left(Z \geq \frac{1-0}{\sqrt{4/25}}\right) = P\left(Z \geq \tfrac{5}{2}\right)$$

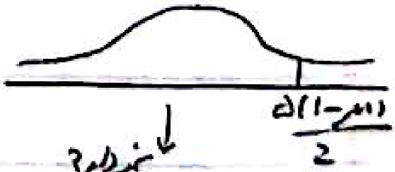
تابع توان $\pi(\mu) = P_\mu(H_0\ \text{رد}) = P_\mu(\bar{X} \geq 1)$

چون μ نامشخص است. $(\mu > 0)$

دامنه‌ی فضای پارامتر: $[0, \infty)$

چون $[0, \infty) = \{0\} \cup (0, \infty)$

$$\pi(\mu) = P\left(Z \geq \frac{1-\mu}{2/5}\right) = P\left(Z \geq \frac{5(1-\mu)}{2}\right) =$$



چون جدول نرمال ما به صورت $P(Z \leq a)$ داده شده است (محاسبه است)

نمودار

$(\bar{x} > \mu_0)$

دقت کنید $\alpha = P(Z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq c)$ * چون بزرگتر است از صفر باید

و این c همان $z_{1-\alpha}$ را باشد. $z_{1-\alpha} = c$

مثال ۱۱) $X \sim N(\mu, 1)$ (واریانس معلوم) $H_0: \mu = 0$ صفر $H_1: \mu = 1$ در سطح ۰/۰۵

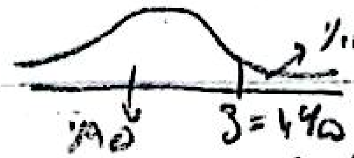
آزمون کنید و فرض کنید برای این آزمون نمونه‌ای به حجم $n=25$ اختیار و در این نمونه میانگین $\bar{x} = 0/5$ شده است. (ابتدا ناحیه بحرانی را مشخص می‌سازیم)

مقدار μ را از H_1 [illegible]

آماره آزمون $Z = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{x}-\mu_0)$ $\mu_1 > \mu_0$ $\mu_1 = 1$ $\alpha = 0/05$

$z = \sqrt{25}\frac{(0/5 - 0)}{1} = 2/5$

تا این جا محاسبات مربوط [illegible] جدول نرمال ندارد. [illegible]



$Z \geq z_{1-\alpha}$ ، H_0 رد می‌شود

$z = 2/5 > z = 1/65$ جدول $z_{1-\alpha} = z_{0/95} = 1/65$

لذا H_0 رد می‌شود، لذا باید $\mu = 1$ را بپذیریم.

مثال ۱۲) $X \sim N(\mu, 4)$ $H_0: \mu = 2$ یک $H_1: \mu = 1$ در سطح $\alpha = 0/05$

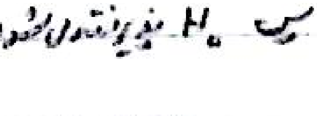
به حجم ۳۶ $(n=36)$ اختیار کرده‌ایم و در این نمونه میانگین $\bar{x} = 1/85$ شده است، چه تصمیمی در مورد H_0 می‌گیرید

$z = \frac{\sqrt{36}}{2}(\bar{x} - 2) = 3(1/85 - 2) = -0/45$ $\quad -0/45 > -1/65$

پس H_0 نمی‌تواند رد شود.

$\boxed{Z \leq z_{\alpha} \text{ ، } H_0 \text{ رد می‌شود}}$

$z = -0/45 > z = -1/65$ جدول — تصمیم گیری — چون Z منفی است



$z = -1/65$

۲) $H_0: \mu \leq \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu > \mu_0$ که μ_0 یک عدد معلوم است.

برای آزمون H_0 در مقابل H_1 آماره آزمون عبارت است از $Z = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{x}-\mu_0)$

و ناحیه فرض H_0 در سطح α رد می‌شود اگر $Z \geq z_{1-\alpha}$ باشد.

(این آزمون [illegible])

نکته: [illegible] $Z \geq z_{1-\alpha}$ [illegible]