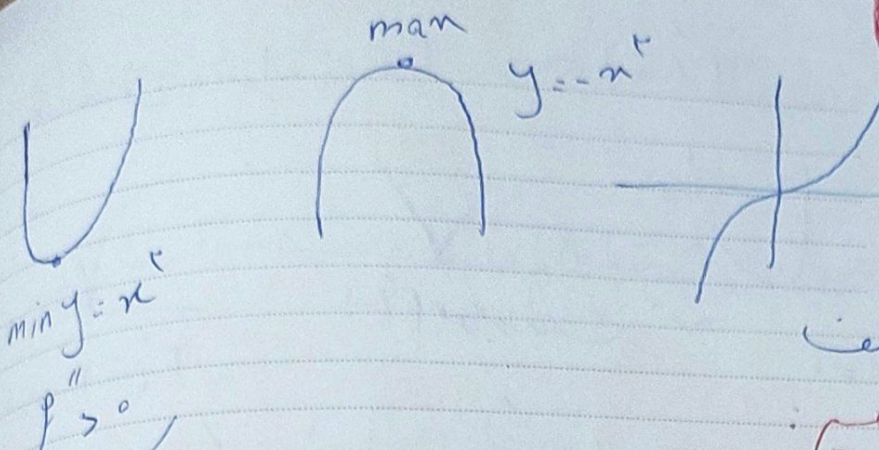




8 فصل اول مروری بر مفاهیم

9 **قضیه:** هرگاه تابع f در بازه‌ی بسته $[a, b]$ پیوسته باشد f در $[a, b]$ دارای

تعریف: **مکسیمیوم** تابع f در مجموعه $E \subseteq D_f$ (دامنه f) و در نقطه $\bar{x} \in E$

10 **مینیمم** (ماکسیمم) مطلق داده هرگاه به ازای هر $x \in E$ داشته باشیم

$$f(\bar{x}) \leq f(x) \quad (f(\bar{x}) \geq f(x))$$

11 **قضیه (وایر اشتراس)**

12 هرگاه تابع f در $[a, b]$ پیوسته باشد و f در $[a, b]$ به ماکزیمم مطلق و $\min$ مطلق خود خواهد

13 رسید به عبارت دیگر نقاطی چون $x_1, x_2 \in [a, b]$ وجود دارند که $f(x_1)$ مینیمم و

$f(x_2)$ ماکسیمم تابع f روی $[a, b]$ است.

14 **تعریف:** **مکسیمیوم** تابع f در نقطه‌ی $\bar{x}$ **مینیمم** (ماکزیمم) نسبی **Local** دارد هرگاه

15 **کاهش** یافته $f(\bar{x})$ که

$$\bar{x} - \epsilon \quad \bar{x} + \epsilon$$

16 وجود داشته باشد به طوری که برای هر $x \in N_\epsilon(\bar{x})$ داشته باشیم $f(x) < f(\bar{x})$

برای حالت ماکزیمم $(f(\bar{x}) \geq f(x))$ هم چنین هرگاه به ازای هر

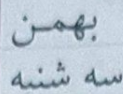
17 $x \in N_\epsilon(\bar{x})$ داشته باشیم $f(x) < f(\bar{x})$ و $f(\bar{x}) > f(x)$

18 برای حالت ماکزیمم را **ماکزیمم** نسبی **Strict Local minimum**

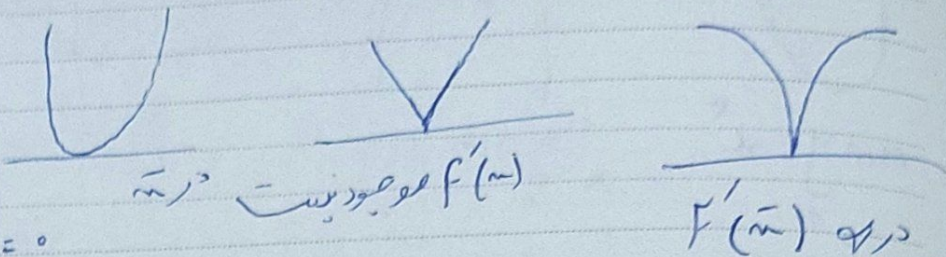
قضیه: شرط لازم مرتبه اول برای استریم نسبی

هرگاه f در $\bar{x}$ استریم نسبی داشته باشیم یا f در

$\bar{x}$ مشتق به سیر است و یا $f'(\bar{x}) < 0$



١٩ ربيع الاول ١٤٣٥
21 January 2014



$$f'(\bar{m}) = 0$$

$$f'(\bar{u}) \neq 0$$

$$N_3(\bar{n}) = \int \bar{n} \gamma$$

قصیدہ: شہزادہ حاضری مرتبہ اول بڑی استریم نمبر ۵:

هرگاه F در محاسبات مختلف از $\bar{n}$ مشتق می‌شود

باشه و کار عبور از π (از چپ به راست) تفسیر علامت

در n استریم ضرب کنید خواهی داشت این استریم همانند n است هرگاه n

از عجب به قفسه تفسیر عدالت دهد عزیزم است هرگاه که از قفسه به عجب تفسیر

علامہ دہر

فرض کنیم: $f(\bar{x}) = 0$ باشد، $f''(\bar{x})$ باشد $\bar{x}$ نقطه

نسبت و اگر $\rho(\bar{m}) < 0$ آنگاه $\bar{m}$ فانی نسب است.

14
 قَعْنَبَه : شرف کافر مرتبه دوم برای تشخیص قَعْنَبَه و قَعْنَبَه : اترود (په) آگاهانه آفریه

دارای تقعر روبه بالا و است α در π دارای تقعر روبه پایین است.

تقسیم شرط لازم برای نقطه عطف: اگر F در نقطه عطف و در آن مشتق دوم 18

17 $y = x^{\mu} \rightarrow y' = \mu x^{\mu-1} \rightarrow y'' = -9x$
 $\downarrow_{n=0}$
 $F''(.) : 0 \xrightarrow{n=0}$

18

Note: در توابع چند متغیره همان نقطه‌های است.

نام هدف $\uparrow$
 $\{ \min(\max)$
 محدودیت

$Z = F$
 غیر خطی

Note: بهترین سازی غیر خطی

شنبه یکشنبه دوشنبه سه‌شنبه چهارشنبه پنجشنبه جمعه									
۴	۳	۲	۱						
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵			
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲			
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹			

تنبیه بکشتیه دوشنبه سه شنبه چهارشنبه پنجشنبه جمعه							
۴	۳	۲	۱				
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	
		۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	

به این مسئله به دارای تابع هدف و محدودی قید باشد مسئله بهینه سازی
 حقیقی می گویند.



دی

دوشنبه

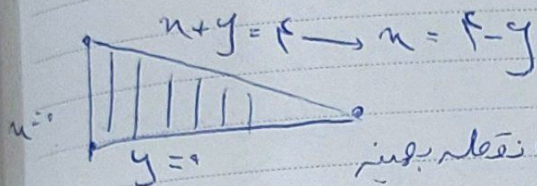


۱۸ ربيع الاول ۱۴۳۵
 20 January 2014

مسئله هایی که فقط دارای تابع هدف باشد و قید نداشته باشد بهینه سازی

ناحیه هدف می شود.

note در مسئله بهینه سازی حقیقی، در صورتی بتوان قیدهای مسئله را رسم کرد پس از بررسی
 قیدها مرزها را تعیین کرده، نقاط حاصل برخورد قیدها را با نقاط گوشه ای $vertices$ یافته



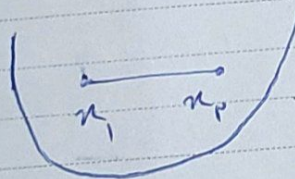
از انتخاب این نقاط و داشتن در تابع هدف می توان نقطه بهینه

Optimal را تعیین کرد.

note در حالتی که بهینه سازی ناحیه باشد کافی است از روش های تشریحی استفاده می کنیم. به از
 یک نقطه شروع حرکت می شود و باید تمام آن را عبور می بخشیم تا به شرط توقف برسیم.

۱۳ مانند روش گرادیان، قندترین گسب، روش برش بر حسب α و ...

محیطی محب:

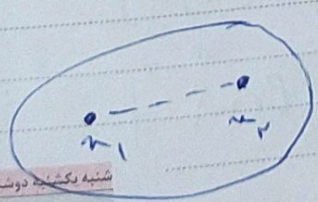


۱۴ اگر خطی داخل بین x_1 و x_2 داخل مجموعه باشد محب است

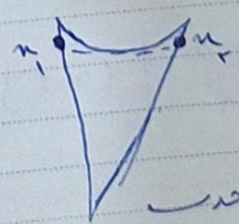
۱۵ که $\lambda \in [0, 1]$ و x_1, x_2 باشند $\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 \in S$ در صورتی که S محب است.

۱۶ convex function تابع محب $(\lambda \in [0, 1])$

۱۷ اگر رابطه زیر برقرار $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$ محب است.



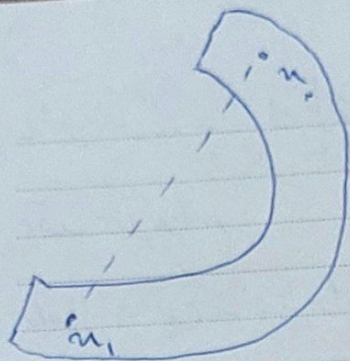
مجموعه محب



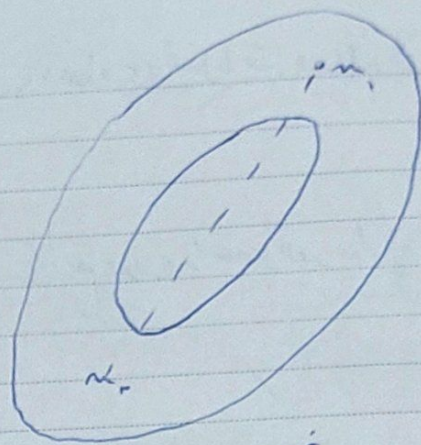
مجموعه غیر محب

شنبه دوشنبه سه شنبه چهارشنبه پنجشنبه جمعه

۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
				۲۹	۲۸

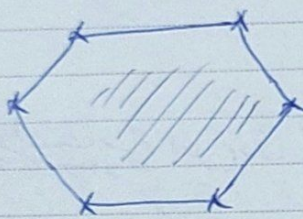


مجموعه غیر محدب

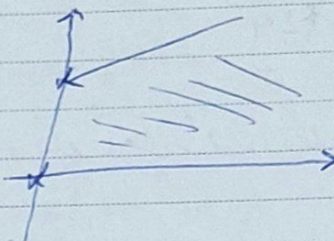


مجموعه محدب

note (نقطه رأس - گوشه ای Farin)



مجموعه محدب



مجموعه غیر محدب

۱۲ الم محدودیت های صاف LP یا NLP رسم بین K مجموعه محدب
Feasible را رسم کنیم نقاط درون و روی شکل قرار دارند نقاط گوشه ای (رأس) گوشه

note: مثال برای تابع محدب $f(x) = x^2$

$$① f[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] = [\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2]^2$$

$$f[x_1] = x_1^2, \quad f[x_2] = x_2^2$$

$$② \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2) = \lambda x_1^2 + (1-\lambda)x_2^2$$

$$\lambda^2 x_1^2 + (1-\lambda)^2 x_2^2 + 2\lambda(1-\lambda)x_1 x_2 \leq \lambda x_1^2 + (1-\lambda)x_2^2$$

چون λ عددی بین صفر و یک است رابطه بالا برقرار است

پس تابع f تابع محدب است

$$epf = \{f(x, y) \mid y \geq f(x)\}$$

$$hypf = \{f(x, y) \mid y \leq f(x)\}$$

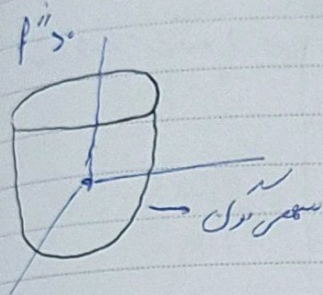
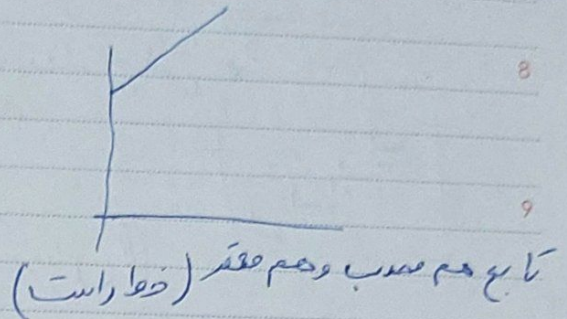
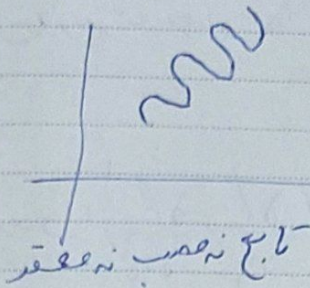
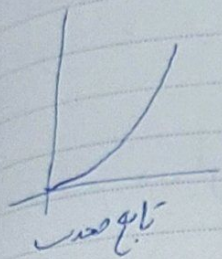
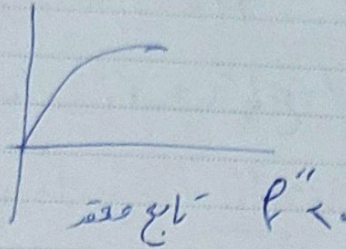
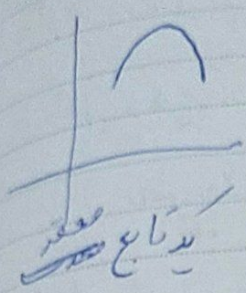
note: اگر f محدب باشد $f'' \geq 0$ - مقعر



دی

شنبه

۱۶ ربيع الاول ۱۴۳۵
2014 January 18



تابع محدب ۳ بعدی

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2$$

note: شرطاً محدب و مقعر برای تابع درجه دوم ۲ متغیره:

تابع درجه دوم مقعر است $f(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_1 x_2 + cx_2^2 + dx_1 + ex_2 + k$

۱) تابع مقعر است اگر $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ و $a < 0$ و $c < 0$

۲) تابع محدب است اگر $\Delta < 0$ و $a > 0$ و $c > 0$

۳) تابع نه محدب نه مقعر
اگر $a = +$ و $b = -$

$\Delta > 0$

Ex: $f = 2x_1^2 + 2x_2^2$ آیا محدب است؟

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 = 0 - 4(2)(2) < 0$$

$$a = 2 > 0$$

$$c = 2 > 0$$

پس تابع محدب

$$f = vx_1^2 + x_1 x_2 - x_1^2 - x_2^2$$

Ex: آیا محدب است؟

$$a = -1$$

$$d = v$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(-1)(-1) = -3 < 0$$

$$c = -1$$

$$e = 0$$

$$a = -1 < 0$$

$$b = 1$$

$$k = 0$$

$$c = -1 < 0$$

تابع مقعر

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰					



note در صورتی که ماتریس Hessian یک تابع
رابطه دهم در معین مثبت است تابع f محب
است (معین مثبت یعنی ماتریس اولاً متقارن، روی درایه های قطر اصلی
همه مثبت و در غیرینان زیر ماتریس ها درجهت قطر اصلی مثبت باشند)

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$$

ماتریس هسیان از روی $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)$ (نکته: در این جا)

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

ساخته می شود

$$f = 2(x_1 - 1)^2 + 3(x_2 - 2)^2$$

Ex: محب تابع زیر؟

فرار شاه معلوم (۱۳۵۷ هـ ش)

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)$$

$$= (4(x_1 - 1), 6(x_2 - 2))$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

از این درایه های روی قطر اصلی H مثبت است

۱) اولاً ماتریس هسیان متقارن

$$\det[4] = 4 > 0 \quad (ii)$$

$$\det \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = 24 > 0$$

پس ماتریس معین مثبت است پس f محب

note $f: S \rightarrow E$ محب است اگر و فقط اگر $e p f$ باشد

۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
				۳۰	۲۹

نک (1) $E \rightarrow S$ فقط است اگر فقط اگر P معتبر باشد
 نک (2) اگر P معتبر باشد آنگاه $\neg P$ معتبر است
 تنها مجموع ۲ تابع معتبر، معتبر است.



دی
چهارشنبه

۲۵

۱۳ ربيع الاول ۱۴۳۵
2014 January 15

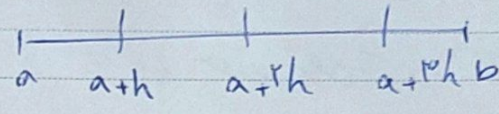
فصل ۲: روش های مستقیم در حل مسائل بهینه سازی غیر خطی بدون محدودیت (نامعین)

از الگوریتم های تکراری برای اینگونه مسائل استفاده می کنیم از روش های روش

جست وجوی ۳ نقطه ای است. Three-Point method

$\max f$

$x \in [a, b]$



$$h = \frac{b-a}{4}$$

$f(a), f(a+h), \dots, f(b)$

در این روش بازه $[a, b]$ را به ۴ قسمت مساوی (۳ نقطه ای جدید ایجاد شود) تقسیم

کرده سپس مقادیر f را برای ۵ نقطه محاسبه کرده (چون مساله $\max$ بازه است)

آن ها که بیشترین مقدار f را دارند به ما می دهند و بقیه را حذف می کنیم. این عملیات

الگوریتم را آن قدر تکرار می شود که

$$|b_{\text{new}} - a_{\text{new}}| < \epsilon$$

$$h = \frac{b-a}{4}$$

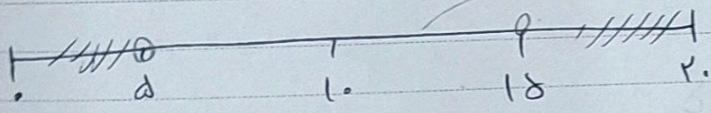
$$\max f = 8\pi x - x^2$$

$$x \in [0, 20]$$

$$0 < x < 20$$

$$\pi = 3.14$$

$$\epsilon = 0.001$$



$$h = \frac{b-a}{4} = \frac{20-0}{4} = 5$$

$$f(0) = 0, \quad f(5) = 8\pi(5) - 5^2 = 10.9, \quad f(10) = 8\pi(10) - 10^2 = 57, \quad f(15) = 8\pi(15) - 15^2 = 10.9, \quad f(20) = 8\pi(20) - 20^2 = -12$$

$$f(15) = 10.9$$

آنفون $[5, 15]$ و $[15, 20]$ را حذف کرده چون بیشترین مقادیر f مربوط به ۵، ۱۰، ۱۵ است. آنفون بازه $[5, 15]$ جدید است و

به ۴ قسمت تقسیم کرده بازه ای که شرط توقف ایجاد شود

$[7, 8, 12]$

$$x = 7, 8, 12$$

۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
				۲۹	۲۸

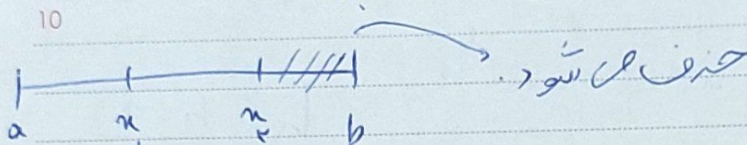
ابتدا بازه $[a, b]$
 $x_L = a$ $x_R = b$
 $\begin{cases} x_L = a \\ x_R = b \end{cases}$ (با ارسال مرده)

8 $x_1 = x_L + \frac{(x_R - x_L)}{2} - \Delta$

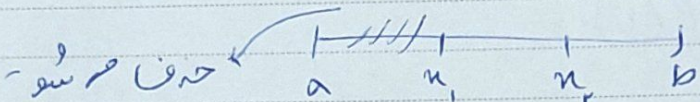
9 $x_2 = x_L + \frac{(x_R - x_L)}{2} + \Delta$

اگر ارسال max سازی باشد

یعنی اگر $f(x_1) < f(x_2)$ باشد بازه جدید $[a, x_2]$ خواهد بود



یعنی اگر $f(x_1) < f(x_2)$ باشد



اگر ارسال بازه جدید $[x_1, b]$ خواهد بود

یعنی اگر $f(x_1) = f(x_2)$ بازه جدید $[x_1, x_2]$ خواهد بود

13 EX: روش جست و جوی انتقالی برای $[0, 3]$ $\Delta = 0.001$ max

14 $\max f(x) = \begin{cases} 3x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - \frac{x}{2} + \frac{1}{3} & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ سازینه؟

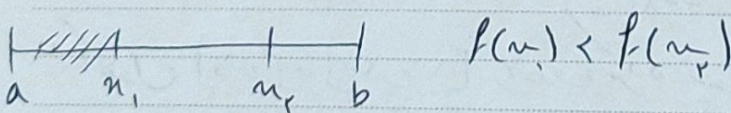
15 $x_1 = 0 + \frac{(3-0)}{2} - 10^{-3} = 1.4995$

16 $x_2 = 0 + \frac{(3-0)}{2} + 10^{-3} = 1.5005$

نقطه x_1 و x_2 را در تمام تابع را ده
نقطه جایگزین می شود

17 $f(x_1) = 3(1.4995) = 4.4985$

$f(x_2) = 3(1.5005) = 4.5015$



بازه جدید $[1.4995, 3]$ خواهد بود

روش جست و جوی برش طلایی در طول بازه [a, b]



دی



دوشنبه

۱۱ ربيع الاول ۱۴۳۵

2014 January 13

$$L_1 = b - a$$

Golden cut: در این الگوریتم

$$L_2 = r L_1$$

$$x_1 = L_1 + \text{نقطه پایینی}$$

$$x_2 = L_2 - \text{نقطه پایینی}$$

ابتدای راسدست مسائل می دهد

مسئله $f(x)$ و $f(x_1)$ را به دست می آوریم و می بینیم

آنگاه راسدست قبلی را به دست می آوریم و به دست می آوریم

$$L_1 = b - a = 20 - 0 = 20$$

مرحله اول:

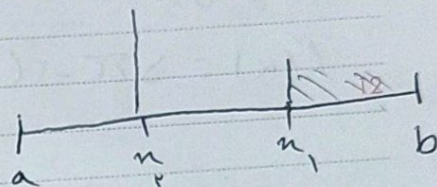
$$L_2 = r L_1 = 0.618 (20) = 12.36$$

$$x_1 = 0 + 12.36 = 12.36$$

$$f(x_1) = 41.20$$

$$x_2 = 20 - 12.36 = 7.64$$

$$f(x_2) = 91.58$$



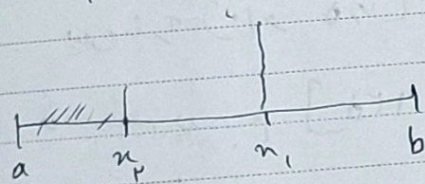
الفن [a, b] را حذف کرد و بازه جدید $[a, x_1] = [0, 12.36]$ خواهد بود

مرحله دوم:

$$x_1 = 0 + 7.64 = 7.64$$

$$x_2 = 12.36 - 7.64 = 4.72$$

$$f(x_1) = 51.82 \quad f(x_2) = 91.58$$



$[x_2, b] = [4.72, 12.36]$ بازه جدید

حالا این الگوریتم تکرار می شود (تا مرحله هفتم بازه $[7.64, 8.32]$ و $[7.21, 7.64]$)

$$L_1 = 0.618 (1.1) = 0.68$$

$$x_1 = 7.64 + 0.68 = 8.32$$

$$f(x_1) = 61.42 \rightarrow \text{بازه جدید}$$

روش نیم بخش: این روش با استفاده از متوسط تابع است

ابتدا $\alpha = \frac{a+b}{2}$ سپس $f(\alpha)$ را محاسبه کرده

شماره یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
				۲۹	۲۸



نکته: $f'(x)$ باشد در این صورت دامنه مجزبه $[a, b]$
 نکته: $f'(x)$ باشد یعنی x ریشه مشتق $f(x)$

است نقطه x به دلیل شیب صلب بودن $f(x)$ ، نقطه استریم (min) تابع است.

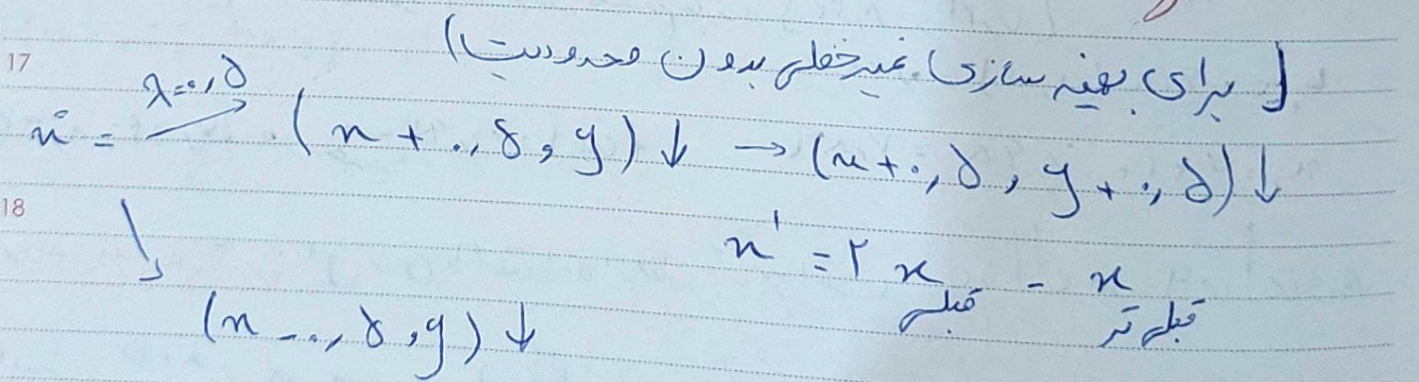
9 $f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$ note تابع مقعر باشد
 $f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \max\{f(x_1), f(x_2)\}$

10 E_x : به روش نیجه بخش
 مرحله اول:
 $\alpha = \frac{0+20}{2} = 10$
 11 $f' = 8\pi - 2x$
 $f'(x) = 8\pi - 2(10) = -4, 3 < 0$
 12 پس بازه $[a, \alpha] = [0, 10]$ E=1

13 مرحله دوم
 $\alpha = \frac{0+10}{2} = 5$
 $f'(\alpha) = 8\pi - 2(5) = 8, 7 > 0 \rightarrow$ پس بازه $[5, 10]$
 14 مرحله سوم:
 $\alpha = \frac{5+10}{2} = 7, 5$
 $f'(\alpha) = 8\pi - 2(7,5) = 0, 7 > 0$
 15 پس بازه $[7,5, 10]$

16 تا صرحه پنجم $b_{new} - a_{new} < \epsilon$ $n [7,5, 12,5]$

Hook of Geerv2 روش هوک و جیور



در مساله هوک جیوز، اگر تابع هدف $\min$ از n باشد
 همواره خواهیم داشت که تابع هدف همیشه در این صورت
 پیروزی داریم و اگر تابع هدف زیاد شود مقدار نسبت را



دی

شنبه

۹ ربیع الاول ۱۴۳۵
 11 January 2014



داریم (8)

روش هوک جیوز، در جهت انباشت غیر کاهش حیت می باشد

Ex: تابع f به روش جست و جو هوک - جیوز

$$\min f = 3x_1^2 + x_2^2 - 12x_1 - 8x_2$$

$$P = Q = (0, 0, 0, 0) \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = 3(1)^2 + 1^2 - 12 - 8 = -19 < 0$$

$$x' = (1 + 0, 0, 0, 0) = (1, 0, 0, 0)$$

مرحله اول:

$$f(x') = 3(1, 0)^2 + 0^2 - 12(1, 0) - 8 = 3(1, 0) + 0 - 12(1, 0) - 8 = -19, 0$$

لا پیروز

$$x'' = (1, 0, 1 + 0, 0) = (1, 0, 1, 0)$$

$$f(x'') = 3(1, 0)^2 + (1, 0)^2 - 12(1, 0) - 8(1, 0) = -21 \downarrow$$

پیروز

$$x_{new} = 2x'' - x' = 2(1, 0, 1, 0) - (1, 0, 0, 0) = (1, 0, 2, 0)$$

$$f(x_{new}) = 3(1, 0)^2 + (2, 0)^2 - 12(1, 0) - 8(2, 0) = -24 \downarrow$$

پیروز

$$x' = (1 + 0, 0, 2 + 0, 0) \rightarrow f(x') = -23, 0, 0, 0 \uparrow$$

نسبت

$$x' = (1 - 0, 0, 2 - 0, 0) \rightarrow f(x') = -23, 0, 0, 0 \uparrow$$

نسبت

$$x' = (1, 0, 2 + 0, 0) \rightarrow f(x') = -25, 0, 0, 0 \downarrow$$

پیروزی

عبارت روش را تا چند مرحله تکرار می کنیم تا نزدیک نقطه بهینه برسیم

$$|x - x^*| < \epsilon$$

خط قابل قبول x^* نقطه بهینه، جواب در مرحله آخر

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱
				۳۰	۲۹	۲۸

در روشن نوشتن ابتدا $\nabla f(x)$ را حساب کرد.

۱۹

دی

پنجشنبه

۷ ربيع الاول ۱۴۳۵

9 January 2014

direction

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} \right] \text{ پس } d = -\nabla f(x)$$

8

سزایکته $n' = n^0 + \lambda d$ را در تابع f جایگزین و مقدار λ را بدست می آوریم.

$$\begin{cases} \min f = 3n_1^2 + (n_2 - 5)^2 \\ \varepsilon = 0,8 \quad n^0 = (1,1) \end{cases} \text{ EX}$$

9

محل اول:

$$\nabla f = (4n_1, 2(n_2 - 5)) \rightarrow \nabla f(n^0) = (4, -8)$$

10

$$d = -(4, -8) = (-4, 8)$$

11

$$n' = n^0 + \lambda d = (1,1) + \lambda(-4, 8) = (1 - 4\lambda, 1 + 8\lambda) \quad *$$

12

$$f(n') = 3(1 - 4\lambda)^2 + (1 + 8\lambda - 5)^2 = 3(1 - 4\lambda)^2 + (4\lambda - 4)^2$$

هدف پیدا کردن λ :

نسبت نسبت λ^3

را معادله خود بنویسیم

$$\rightarrow 3(2)(-4)(1 - 4\lambda) + 2(4)(4\lambda - 4) = 0 \quad \text{قیام خونین مردم قم (۱۳۵۶ هـ ش)}$$

۲۰

دی

جمعه

۸ ربيع الاول ۱۴۳۵

10 January 2014

$$-36(1 - 4\lambda) + 16(4\lambda - 4) = 0$$

$$\lambda = 0,2907 \quad \text{بهینه}$$

$$* n' = (1 - 4(0,2907), 1 + 8(0,2907)) = (-0,718, 3,32)$$

مرحله دوم:

$$\nabla f(n') = (4(-0,718), 2(3,32 - 5))$$

$$d = -\nabla f(n') = (+2,8, 3,36)$$

$$n'' = n' + \lambda d = (-0,718, 3,32) + \lambda d$$

$$\min f(n'') = \min f(-0,718 + 2,8\lambda, 3,32 + 3,36\lambda)$$

در f بنویسیم $\lambda = 0,2189$ پس آن مقدار را بنویسیم (مرحله ۲)

شنبه یکشنبه دوشنبه سه شنبه چهارشنبه پنجشنبه جمعه

۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲

نزدیک ۰ است.



دی



چهارشنبه

۶ ربيع الاول ۱۴۳۵
8 January 2014

روش نیوتون رافسون

بردار $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

$\min f = \frac{f_0}{x_1 x_2 x_3} + p_0 x_1 x_2 + 1.0 x_1 x_3 + p_0 x_2 x_3$

$x = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f_0}{x_1^2 x_2 x_3} + 1.0 x_2 + 1.0 x_3 \\ -\frac{f_0}{x_1 x_2^2 x_3} + p_0 x_1 + 1.0 x_3 \\ -\frac{f_0}{x_1 x_2 x_3^2} + p_0 x_1 + p_0 x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f_0}{x_1^2 x_2 x_3} + 1.0 x_2 + 1.0 x_3 \\ -\frac{f_0}{x_1 x_2^2 x_3} + p_0 x_1 + 1.0 x_3 \\ -\frac{f_0}{x_1 x_2 x_3^2} + p_0 x_1 + p_0 x_2 \end{bmatrix}$$

$\nabla f = \begin{bmatrix} 1.39, 9 \\ 2.09, 9 \\ 2.09, 9 \end{bmatrix}$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} \end{bmatrix}$$

سطر اول



دی

سه شنبه

۵ ربيع الاول ۱۴۳۵

7 January 2014

H =



$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r}$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$\frac{f_0(x_1, x_2, x_3)}{x_1^r x_2^r x_3^r} + 1$$

$$H = \begin{bmatrix} 9,01 & 19,01 & 29,01 \\ 19,01 & 0,42 & 49,02 \\ 29,01 & 49,02 & 9,027 \end{bmatrix}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\nabla f(x_n)}{H}$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} - \frac{\begin{bmatrix} 139,9 \\ 289,9 \\ 209,9 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 9,01 & 19,01 & 29,01 \\ 19,01 & 0,42 & 49,02 \\ 29,01 & 49,02 & 9,027 \end{bmatrix}}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,100 & 0,028 & 0,028 \\ 0,08 & -0,028 & 0,012 \\ 0,028 & 0,013 & -0,004 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 139,9 \\ 289,9 \\ 209,9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00137 \\ 0,00743 \\ 0,01441 \end{bmatrix}$$

پس از ۳۳ وقفه (مرحله) داریم
این نشان می‌دهد min تابع است به تقریب‌های آن به

مقادیر مثبت محدود است.

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴

note: A ماتریس مربعی باشد $\det A \neq 0$



دی
دوشنبه



۱۴۳۵ ربيع الاول ۶
2014 January 6

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (\text{adj } A)^T$$

نماد A

$\epsilon = 0.5$ L, NR تابع زیر استفاده $\max: E \times$

$$f(n) = - (n_1 - \sqrt{5})^2 - (n_2 - \sqrt{5})^2 - 10 \quad \bar{n}_0 = \begin{bmatrix} 4, 89 \\ 8, 189 \end{bmatrix}$$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} -2(n_1 - \sqrt{5}) \\ -2(n_2 - \sqrt{5}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8, 722 \\ -8, 499 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$\det H = 4 \neq 0$ پس H^{-1} موجود است

$$H^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$n_1 = \begin{bmatrix} 4, 89 \\ 8, 189 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8, 722 \\ -8, 499 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2, 236 \\ 3, 144 \end{bmatrix}$$

$$n_2 = \begin{bmatrix} 2, 236 \\ 3, 144 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0001 \\ -0.0001 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2, 236 \\ 3, 142 \end{bmatrix}$$

توقف $f(\bar{n}_2) = -10 \rightarrow |f(\bar{n}_1) - f(\bar{n}_2)| = 10.1 < \epsilon = 0.5$

$$\det A \neq 0 \quad A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \text{note}$$

روشن برداری

یکه دیر از روشها برای بهینه سازی غیر خطی بدون محدودیت

میشود بر پایه ∇f میباشد که جهت را $d = \nabla f$

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سهشنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱
			۳۰	۲۹	۲۸	



ابتدا $\nabla f = 0$ را محاسبه میکنیم. ریشه های آن را بدست
آورده. سپس $\nabla^2 f$ را محاسبه

در تابع هدف نهایی (۲ مجهول) مشتق تابع هدف نسبت به را محاسبه
کرده. ۲ بهینه بدست می آید و دوباره آنوریتیم تکرار می شود.

Ex: به روش گرادیان

$$\max f = 4x_1 + 9x_2 - 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_2^2$$

نقطه شروع $x^0 = (1, 1)$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 4 - 4x_1 - 2x_2 = 0 \\ 9 - 2x_1 - 4x_2 = 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 4 - 4x_1 - 2x_2 \\ 9 - 2x_1 - 4x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

(1, 1)

شروع آنوریتیم

$$x_0 + r \nabla f = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 4r \\ 1 + 5r \end{pmatrix}$$

در تابع هدف نهایی

$$f = 4(1 - 4r) + 9(1 + 5r) - 2(1 - 4r)^2 - 2(1 - 4r)(1 + 5r) - 2(1 + 5r)^2$$

مشتق f نسبت به r برابر ۰ گرفته و مساوی صفر قرار می دهیم تا بهینه بدست می آید

$$r = \frac{1}{4}$$

نقطه جدید $x^1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ 1 \end{bmatrix}$

$$x^1 = x^0 + r \nabla f = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 4r \\ 1 + 5r \end{bmatrix}$$

$$f = 4\left(\frac{1}{4}\right) + 9(1 + 5r) - 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{4}\right)(1 + 5r) - 2(1 + 5r)^2$$

$$\nabla f \Big|_{\left(1, \frac{3}{4}\right)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow r^* = \frac{1}{4}$$

$$x = (\frac{1}{r}, 1)$$

مرحله دوم

$$\nabla f(x^1) = (0, 1)$$

$$x^2 = x^1 + r \nabla f(x^1) = (\frac{1}{r}, 1) + r(0, 1) = (\frac{1}{r}, 1+r)$$



دی

شنبه

۲ ربيع الاول ۱۴۳۵
2014 January 4



در تابع هدف گذاشته

$$f = -2(1+r)^2 + 5(1+r) + \frac{3}{r}$$

$$\frac{df}{dr} = -4(1+r) + 5 = 0 \rightarrow -4 - 4r + 5 = 0 \rightarrow r = \frac{1}{4}$$

8

$$\frac{d^2 f}{dr^2} < 0 \leftarrow \text{پس نقطه man است}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow x^2 = (\frac{1}{r}, 1 + \frac{1}{r}) = (\frac{1}{r}, \frac{5}{4})$$

$$\nabla f(x^2) = (-\frac{1}{r}, 0)$$

مرحله سوم

$$x^3 = x^2 + r \nabla f(x^2) = (\frac{1}{r}, \frac{5}{4}) + r(-\frac{1}{r}, 0) = (\frac{1-r}{r}, \frac{5}{4})$$

۱۲

$$f(r) = (-\frac{1}{r})(1+r)^2 + (\frac{3}{r})(1-r) + \frac{3}{r}$$

$$f'(r) = -\frac{1}{r^2}(2)(1+r) - \frac{3}{r^2} = 0 \rightarrow r = \frac{1}{4}$$

12

$$\textcircled{2} \rightarrow x^3 = (\frac{1 - \frac{1}{4}}{r}, \frac{5}{4}) = (\frac{3}{4r}, \frac{5}{4})$$

13

$$\nabla f(x^3) = (0, \frac{1}{r})$$

مرحله چهارم

$$x^4 = x^3 + r \nabla f(x^3) = (\frac{3}{4r}, \frac{5}{4}) + r(0, \frac{1}{r}) = (\frac{3}{4r}, \frac{5+r}{4})$$

4

$$f(r) = (-\frac{1}{r})(\frac{5+r}{4})^2 + (\frac{3}{\frac{3}{4r}})(\frac{5+r}{4}) + \frac{3}{\frac{3}{4r}}$$

15

$$f'(r) = 0 \rightarrow r = \frac{1}{4}$$

$$x^4 = (\frac{3}{4 \cdot \frac{1}{4}}, \frac{5 + \frac{1}{4}}{4}) = (\frac{3}{1}, \frac{21}{16})$$

16

$$\nabla f(x^4) = (-\frac{1}{r}, 0) \rightarrow x^5 = x^4 + r \nabla f(x^4)$$

17

$$(\frac{3}{1}, \frac{21}{16}) + r(-\frac{1}{1}, 0) = (\frac{3-r}{1}, \frac{21}{16})$$

18

$$f(r) = -\frac{1}{r}(3-r)^2 + \frac{11}{4r}(3-r) + \frac{864}{12r}$$

$$r = \frac{1}{4} \quad x^5 = (\frac{11}{4}, \frac{21}{16})$$

$$x^5 = (0.275, 1.3125) \quad \nabla f(x^5) = (0, \frac{1}{16})$$

شنبه یکشنبه دوشنبه سه‌شنبه چهارشنبه پنجشنبه جمعه

۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
				۲۹	۲۸